

## 欧拉对三角学的研究

18世纪以后,对三角学的研究以瑞士著名数学家欧拉(1707—1783)为最突出,他的名著《无穷分析引论》仅就三角学来说,也具有划时代的意义.欧拉的主要贡献有:他首先提出三角函数是对应的函数线与圆半径的比值,而在这以前一直是把线段的长作为三角函数的,并且,他令圆的半径为1,使三角学研究大为简化.欧拉引入了弧度制,他认为如果半径是一个单位,那么半圆弧长就是 $\pi$ ,它对的圆心角的正弦是0,即 $\sin\pi=0$ .引进弧度制后,将度量直线段和圆弧的单位统一起来,大大简化了三角公式和计算.欧拉还发现了著名的公式(也称欧拉公式): $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ,把三角函数和指数函数联系起来.他还得出:

$$\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}, \cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2},$$

并导出展开式:

$$\begin{aligned}\sin\theta &= \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \\ \cos\theta &= 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots\end{aligned}$$

欧拉的工作,使三角学从静态地研究三角形解法的束缚下解放出来,成为用三角函数反映客观世界运动或变化过程的一个分析学的分支,这样一门具有广泛理论意义和实用价值的三角学就建立起来了.