

第一次数学危机

第一次数学危机产生于古希腊时期. 公元前 500 年左右, 当时毕达哥拉斯学派统治数学界, 由于他们采用的是唯心主义的研究方法, 所以, 他们认为“万物皆数”, 数学知识是由于纯粹的思维而获得并不需要观察、试验. 在毕达哥拉斯学派那里, “数”指的是整数, 而不包括无理数, 后来他们发现了勾股定理, 得出满足直角三角形三边长的一般公式. 在具体演算过程中, 却发现一些直角三角形的三边比不能用整数来表示. 这样就陷入了两难的境地, 要么承认这种现象的存在, 要么否认自己的学说. 但是毕达哥拉斯学派并不承认他们的错误, 这样就导致了矛盾, 产生了第一次数学危机. 第一次数学危机形象地表示为: 在一个直角三角形中, 两边长为 1, 第三边弦的长是多少?

根据毕达哥拉斯定理, 设第三边弦的长是既约分数 $\frac{m}{n}$, 则 $1^2 + 1^2 = \frac{m^2}{n^2}$, 由此得出 $m^2 = 2n^2$ 是偶数, 所以 m 也一定是偶数.

设 $m = 2p$, 则 $4p^2 = 2n^2$, $n^2 = 2p^2$, 由此可知 n 是偶数.

这样就产生了矛盾.

其实我们知道, 如果直角三角形的两边长为 1, 第三边弦长为 $\sqrt{2}$, 但是古希腊的毕达哥拉斯学派是不承认无理数的. 无公度线段的发现引起第一次数学危机. 传说, 这种性质是由毕达哥拉斯学派的希帕苏斯在公元前 400 年前后发现的, 为此, 他的同伴把他抛进大海. 但也有可能因其泄密而被处死. 不管怎样, 这个发现对古希腊的数学观点有极大的冲击.

第一次数学危机的解决,使得一门新的学科欧氏几何学诞生了,欧几里得《原本》的出现,标志着第一次数学危机的结束,从此,几何学公理化成为数学界关注的问题.