

高次方程的秦九韶法

关于高次方程近似求解的探讨,经历了漫长的历史过程.人们很早以前就开始探索方程的近似求解的问题.如巴比伦泥板中的平方表和立方表,它们可被用作解某些特殊的二次和三次方程.

在中国古代,方程求解的问题较早得到了相当系统地解决.中国古代数学家把解方程的步骤称为“开方”,约公元前1世纪,数学经典著作《九章算术》以算法的形式给出了求二次方程和某些三次方程根的具体计算程序,使中国关于高次代数方程的近似解法已具雏形.公元7世纪,唐初数学家王孝通找到了求三次方程正根的数值解法;11世纪,北宋数学家贾宪在《黄帝九章算法细草》中首次提出了一种更为简便的“增乘开方法”,成功地解决了三次或三次以上的高次方程求解问题.

到了13世纪,南宋著名数学家秦九韶(约1202—1261)将增乘开方法推广到高次方程的一般情形.秦九韶在他的代表著作《数书九章》中提出了“正负开方术”,创立了一种高次方程根的近似算法,被誉为“秦九韶法”.这是通过用一个迭代程序求解任意数字方程的有效算法,此法可以求出任意次代数方程

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$$

的正根,秦九韶先布列筹式,设 a_1 为方, a_2 为上廉, a_3 为二廉,可写出各廉, a_{n-1} 为下廉, a_n 为隅.其中方程系数除了常数项 a_0 外都可正可负, a_0 则规定总为负.解方程时,用十进小数作为根的近似值.“秦九韶法”把高次方程的数值解法推进到一个新的高峰,达到了当时世界数学的最高水平.1819年,英国数学家霍纳(Horner,1786—1837)正式提出了与秦九韶法演算步骤相同的算法,后被称为“霍纳法”.直到1840年,意大利数学家鲁菲尼(Ruffini,1765—1822)才创立了一种逐次近似法解决数字高次方程根的近似值问题.秦九韶的成就要比鲁菲尼和霍纳早500余年.