

“贾宪三角”美学价值

贾宪三角是开方作法本源图的今称. 中国北宋数学家贾宪所首创. 西方称之为帕斯卡三

角,晚于贾宪六百多年.

贾宪三角是一个指数为正整数的二项式定理系数表. 杨辉在《详解九章算法》中曾记载“释锁算书, 贾宪用此术”. 它的每一行中的数字依次表示二项式 $(a+b)^n$ ($n=0, 1, 2, \dots$) 展开式的各项系数. 最外左、右斜线上的数字, 分别是各次开方中积 (a^n) 和隅算 (b^n) 的系数, 中间的数字“二”、“三”、“三”、“四”、“六”、“四”等等, 分别是各次开方中的廉.

元初朱世杰把贾宪三角由七层推广到九层(八次幂), 为高阶等差级数求和问题和高次招差法的发展, 提供了有力的数学工具, 贾宪三角对宋元数学的发展实有肇始之功.

“贾宪三角”可作为以下的数学模型:

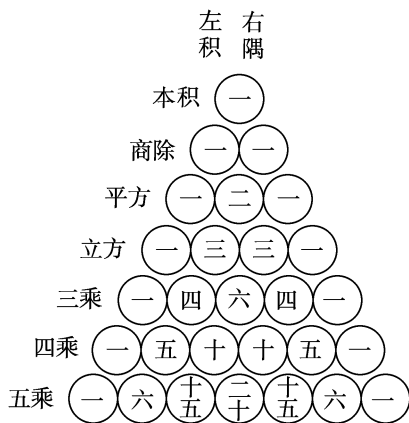


图 3-1

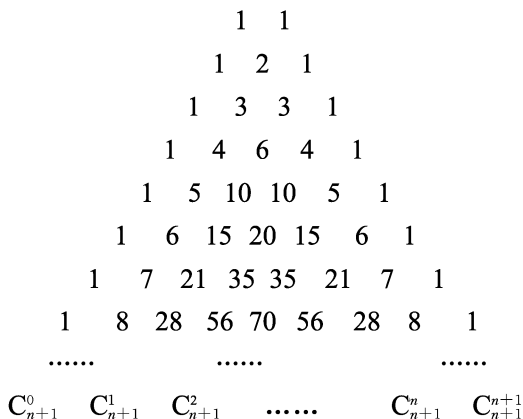


图 3-2

关于“贾宪三角”的优美性质已有多种研究和介绍, 在教学中应注意把握其美学价值. 比如:

- ① 对称性. 每行中与首末两端等距离之数相等, 即 $C_n^r = C_n^{n-r}$.
- ② 递归性. 除 1 以外的数都等于肩上两数之和, 即 $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$.
- ③ 第 n 行各数之和等于 2^n , 即 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.
- ④ 自腰上的某个 1 开始, 平行于腰的一条线上的连续 n 个数的和等于最后一个数斜下方的那个数, 即 $C_n^0 + C_{n+1}^1 + C_{n+2}^2 + \dots + C_{n+m}^m = C_{n+m+1}^m$.
- ⑤ 第 n 行各数平方和等于第 $2n$ 行中间的数, 即 $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.
- ⑥ 第 n 行前 $k+1$ 个数和第 m 行后 $k+1$ 个数对应项积的和等于第 $n+m$ 行的第 $k+1$ 个数, 即: $C_n^0 C_m^{m-k} + C_n^1 C_m^{m-k+1} + \dots + C_n^k C_m^k = C_{n+m}^k$.